UFR 919 Informatique – Master Informatique

Spécialité STL – UE MU5IN553 – PPC

Paradigmes de programmation concurrente
TD 3 — (2 h)
Bisimulation et potints fixes

Romain Demangeon

Exercice 1 : Relation d'équivalence

Montrer que la bisimulation forte est une relation d'équivalence.

Excercie 2 : Equivalences

Donner pour les couples de processus suivants des preuves confirmant ou infirmant leur équivalence de traces, leur bisimilarité forte, leur bisimilarité faible :

$$
\begin{array}{rcl}
P = \overline{a}.a.P & ? & Q = a.\overline{a}.Q \mid \overline{a} \\
\overline{a}.b \mid a.\overline{b} & ? & (\nu c)\ (\overline{a}.(b \mid \overline{c}) \mid a.\overline{b}) \\
\overline{a}.b \mid a.\overline{b} & ? & (\nu c)\ (\overline{a}.(b \mid \overline{c}) \mid a.c.\overline{b}) \\
\overline{a}.\overline{b} & ? & (\overline{a}.\overline{b} + \overline{a}.\overline{b}) \\
\overline{a}.\overline{b} & ? & (\nu c)\ (\overline{a}.(c.\overline{b} \mid c.\overline{b} \mid \overline{c})) \\
\overline{a}.\overline{b} & ? & (\overline{a}.(c.\overline{b} \mid c.\overline{b} \mid \overline{c})) \\
(\nu a)\ (!a.(\overline{a} \mid \overline{b}) \mid \overline{a}) & ? & P = \overline{b}.P \\
a.(b+c) + a.d & ? & a.(b+c+d) \\
a.b + a.c + a.d & ? & a.(b+c+d) \\
a.b + \tau.b & ? & a.b + \tau.b + b
\end{array}
$$

Exercice 3 : Points fixes

Question 1 : Grammaires

Que donne l'application du théorème de Knaster-Tarski avec les grammaires suivantes ? Quel est le treillis considéré. Ecrire à chaque fois la fonctionnelle monotone correspondante et calculer les premières étapes de $\phi(\bot)$.

$L ::= N \mid C(\alpha, L)$ où α est un entier.
$T ::= N \mid C(\alpha, T, T)$ où α est un entier.
$S ::= 0 \mid succ(S)$
$P ::= 0 \mid (P|P) \mid \alpha.P \mid (\nu a)P \mid P + Q$ où α est une action.

Question 2 :Divergence

Utiliser Knaster-Tarski pour définir la réduction en CCS.
Que donne le plus grand point fixe ?

Utiliser Knaster-Tarski pour définir la divergence en CCS.
Montrer que S_1 et S_2 divergent.

$P = \overline{a}.P$
$Q = a.Q$
$R = \overline{a}.(\overline{b}|R)$
$S_1 = (\nu a)(P|Q)$
$S_2 = (\nu a)(R|Q)$

Exercice 4 : Bisimulation branchante

Une relation $\mathcal{R}$ est une bisimilarité branchante quand $P\mathcal{R}Q$ implique :

1. Si $P \xrightarrow{a} P'$ alors il existe $Q', Q'', Q(\xrightarrow{\tau})^*Q' \xrightarrow{a} Q''$ et $P\mathcal{R}Q'$ et $P'\mathcal{R}Q''$
2. Et vice-versa.
3. Si $P \xrightarrow{\tau} P'$ alors et $P'\mathcal{R}Q$
4. Et vice-versa.

Ecrire formellement les points 2. et 4.
Donner des exemples de processus faiblement bisimilaires mais pas branchamment bisimilaires.