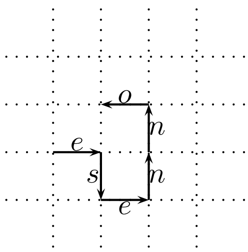
Master 2 SAR - MSR(Ni405) - Année 2010-2011

Examen - 19 novembre 2010
Notes de cours autorisées

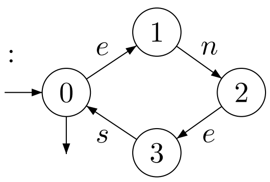
Les exercices III et IV sont à rendre sur une copie séparée

Exercice I

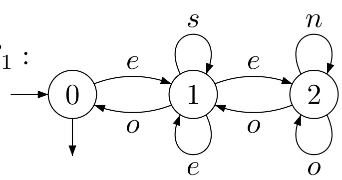
On considère l'alphabet $A = \{n, s, e, o\}$ qui représente des mouvements possibles (nord, sud, est, ouest) sur une grille. Par exemple, le chemin représenté ci-dessous sur la gauche correspond au mot $w = esenno$.



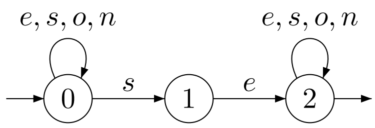
$\mathcal{A}$:



$\mathcal{B}_1$:



$\mathcal{B}_2$:

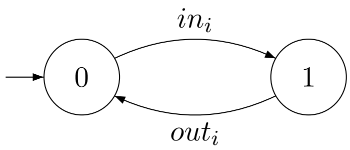


1. Pour l'automate $\mathcal{A}$ ci-dessus, décrire par un dessin les chemins acceptés.
2. Construire, en justifiant la construction, un automate acceptant l'intersection des langages $L_1 = \mathcal{L}(\mathcal{B}_1)$ et $L_2 = \mathcal{L}(\mathcal{B}_2)$.
3. Construire, en justifiant la construction, un automate déterministe $\mathcal{D}_1$ acceptant L_1.
4. Construire un automate $\mathcal{C}_1$ acceptant les chemins qui parcourent un nombre quelconque de fois ($n \geq 0$) un même carré toujours dans le même sens et un automate $\mathcal{C}_2$ acceptant les chemins non vides en forme d'escaliers montant de l'est vers l'ouest. Préciser les choix faits s'il y a des ambiguïtés.

Exercice II

Dans cet exercice, on cherche à réaliser un tampon de taille n au moyen de n tampons de taille 1. Pour les automates ci-dessous, tous les états seront considérés comme finaux et ne seront pas marqués spécialement.

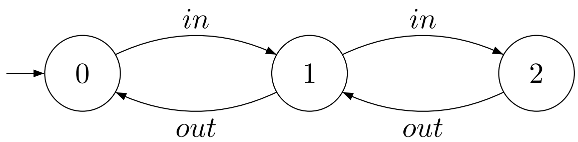
Le $i$ème tampon de taille 1 est spécifié par l'automate fini $\mathcal{B}_i$ suivant :



La fonction de synchronisation f_n est représentée (partiellement) dans la table ci-dessous :

tampon 1	*tampon* 2	*tampon* 3	...	*tampon* n	*produit*
in_1	$-$	$-$	$-$	$-$	in
out_1	in_2	$-$	$-$	$-$	ε
$-$	out_2	in_3	$-$	$-$	ε
...	...	...	...	...	ε
$-$	$-$	$-$	out_{n-1}	in_n	ε
$-$	$-$	$-$	$-$	out_n	out

Question 1. Pour $n = 2$, représenter le produit synchronisé $(\mathcal{B}_1 \parallel \mathcal{B}_2)_{f_2}$ et montrer qu'il accepte le même langage que le système $\mathcal{T}_2$ suivant, représentant un tampon de taille 2 :



Question 2. Même question pour $n = 3$ avec les systèmes $(\mathcal{B}_1 \parallel \mathcal{B}_2 \parallel \mathcal{B}_3)_{f_3}$ et $\mathcal{T}_3$. Que suggérez-vous de démontrer dans le cas général ?

Exercice III - Modélisation en réseaux de Petri colorés

On veut construire un réseau de Petri coloré modélisant (de manière simplifiée) le déroulement d'un grand prix de Formule 1. Le circuit est divisé en N sections numérotées de 0 à $N-1$. La section 0 suit la section $N-1$. La grille de départ correspond à la section 0, elle donne la position initiale des M $(M < N)$ concurrents.

1. Représentez par un réseau de Petri coloré l'avancement d'une voiture sur le circuit (il n'y a pas de limitation aux nombres de voitures qui peuvent occuper la même section). Vous préciserez les ensembles de couleurs que vous utilisez, le domaine de couleur des places et le marquage initial du réseau.

On considère à partir de maintenant qu'une fois le départ donné (toutes les voitures ont quitté la section 0), il ne doit jamais y avoir plus d'une voiture par section.

2. Quelle contrainte cela introduit-il dans la règle d'avancement ? Modifiez votre modèle pour prendre en compte cette nouvelle contrainte.
3. Lorsqu'une voiture se trouve sur la section 0, elle peut choisir de rentrer aux stands. Proposez une modélisation de cette action qui ne casse pas la structure circulaire du circuit (la section 0 se trouve toujours entre les sections $N-1$ et 1).
4. La sortie des stands se fait dans la section 1 et n'est possible que si cette section est vide. Ajoutez cette opération dans votre modèle.
5. On s'intéresse maintenant aux possibilités de dépassement. Le dépassement se fait "à l'aspiration" et n'est possible que si 2 voitures sont sur des sections consécutives. La voiture dépassée ne change pas de section (n), alors que la voiture qui dépasse passe directement de la section $n-1$ à la section $n+1$. Construisez la partie du modèle qui représente un dépassement.
6. Dépliez la partie du réseau qui représente le dépassement de Petrov par Alonso lorsque Petrov est dans la section 3. Vous veillerez à donner des noms significatifs aux places du réseau.

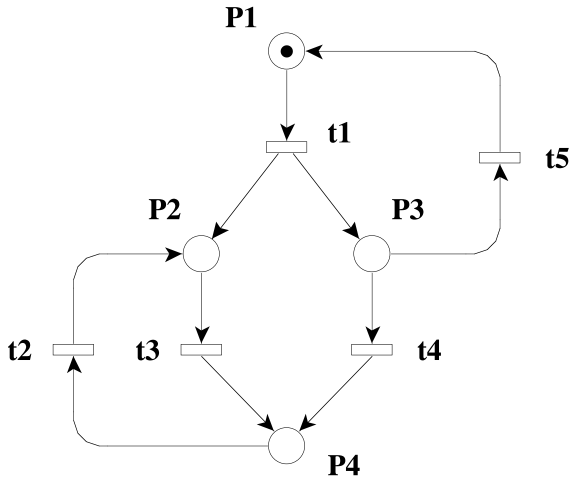


FIGURE 1 – modèle RdP

Exercice IV - Analyse de réseau de Petri

On considère le modèle réseau de Petri de la Figure 1. Les questions suivantes peuvent être traitées de manière indépendante.

1. Construisez le graphe de couverture de ce modèle.
2. Ce réseau est-il pseudo-vivant ? Justifiez votre réponse.
3. Ce réseau admet-il un état d'accueil ? Justifiez votre réponse.